УДК 514.112.4

ПИРАМИДАЛЬНОЕ СВОЙСТВО ОБРАТНЫХ ВЕЛИЧИН

Поплевин Никита Дмитриевич
Мурманская область, ЗАТО г. Североморск, МБОУ ЗАТО г. Североморск « Лицей № 1», 10 класс
Научный руководитель: Нирян Людмила Владимировна, МБОУ ЗАТО г. Североморск «Лицей № 1», учитель математики

В данной статье приводится исследование одного необычноного соотношения, которое связывает обратные величины определённых расстояний в правильном треугольнике [1, С. 120]. Суть его состоит в следующем: через центр правильного треугольника проведём прямую, пересекающую прямые, содержащие его стороны. Тогда сумма обратных величин каких-то двух расстояний от центра до точек пересечения выбранной прямой с прямыми, содержащими его стороны, будет равна обратной величине оставшегося такого расстояния. Чертёж для этого соотношения изображен на рисунке 1.

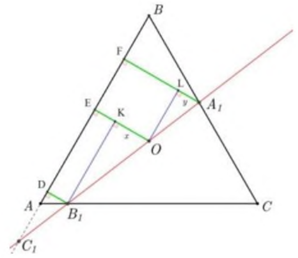


Рис. 1.

Расширяли знания по этому вопросу, а именно: узнали, выполняется ли подобное соотношение и для других видов правильных многоугольников. Поэтому были поставлены следующие задачи: а) провести предварительную проверку выполнимости сходного соотношения для некоторых других случаев; б) рассмотреть вопрос о возможности его обобщения на все произвольные правильные многоугольники.

Вопрос о выполнимости рассматриваемого соотношения для правильных многоугольников с четным числом сторон отпал сразу же в виду симметрии получаемых точек относительно центра многоугольника. А вот с (2n+1, n∈N)-угольниками предстояло провести полное исследование, которое началось с простых измерений. Их результаты оказались обнадеживающими.

Поэтому следующим шагом стало проведение аналитической проверки для следующих нескольких правильных многоугольников (рис. 2, рис.3, рис.4) Она, в свою очередь, подтвердила выполнение рассматриваемого соотношения для этих многоугольников.

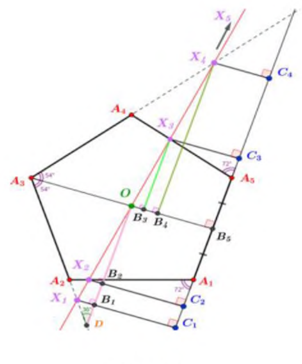


Рис. 2

$$\frac{1}{X_3O}+\frac{1}{X_4O}+\frac{1}{X_5O}=\frac{1}{X_2O}+\frac{1}{X_1O}$$

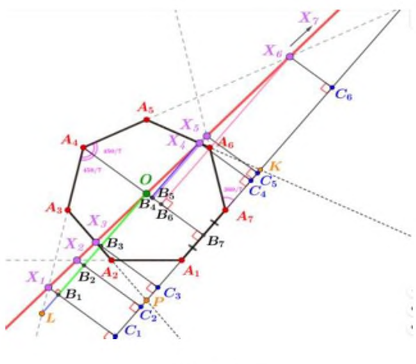


Рис. 3

$$\frac{1}{\mathrm{OX}_1}+\frac{1}{\mathrm{OX}_2}+\frac{1}{\mathrm{OX}_3}=\frac{1}{\mathrm{OX}_4}+\frac{1}{\mathrm{OX}_5}+\frac{1}{\mathrm{OX}_6}+\frac{1}{\mathrm{OX}_7}$$

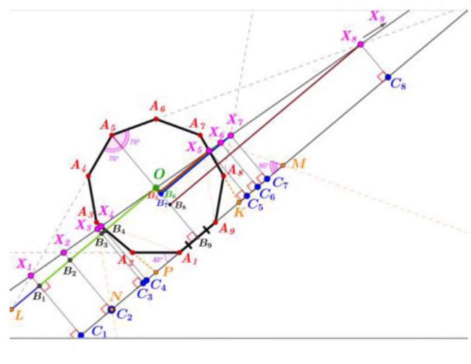


Рис. 4

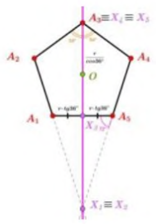
$$\frac{1}{OX_1}+\frac{1}{OX_2}+\frac{1}{OX_3}+\frac{1}{OX_4}+\frac{1}{OX_5}=\frac{1}{OX_6}+\frac{1}{OX_7}+\frac{1}{OX_8}+\frac{1}{OX_9}$$

Далее, для обобщения были рассмотрены получаемые коэффициенты при 1/r, для чего они были сведены к сходному по представлению виду:

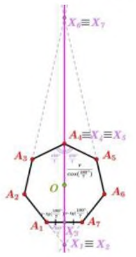
n = 3	**n = 5**	**n = 7**
$\left[\dfrac{4\cdot\cos\left(\frac{180°}{n}\right)}{1+2\cdot\cos\left(\frac{180°}{n}\right)}\right]$	$\left[\dfrac{4\cdot\cos^2\left(\frac{180°}{n}\right)}{1+2\cdot\cos\left(\frac{180°}{n}\right)}\right]$	$\left[\dfrac{6\cdot\cos\left(\frac{180°}{n}\right)+4\cdot\cos^2\left(\frac{180°}{n}\right)-8\cdot\cos^3\left(\frac{180°}{\mathrm{n}}\right)}{1+2\cdot\cos\left(\frac{180°}{\mathrm{n}}\right)}\right]$
n = 9		
$\left[\dfrac{4\cdot\cos\left(\frac{180°}{\mathrm{n}}\right)+16\cdot\cos^2\left(\frac{180°}{\mathrm{n}}\right)+24\cdot\cos^3\left(\frac{180°}{\mathrm{n}}\right)-16\cdot\cos^4\left(\frac{180°}{\mathrm{n}}\right)-32\cdot\cos^5\left(\frac{180°}{\mathrm{n}}\right)+1}{1+2\cdot\cos\left(\frac{180°}{\mathrm{n}}\right)}\right]$		

Но, поскольку при первичном их рассмотрении не наблюдалось каких-либо закономерностей, способствующих выявлению коэффициента при 1/r в обобщенном виде, сначала был предпринят следующий шаг для обобщения рассматриваемого свойства: рассмотрены частные случаи расположения рассматриваемой прямой, а именно – прохождения ее через вершину многоугольника.

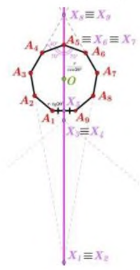
n = 5



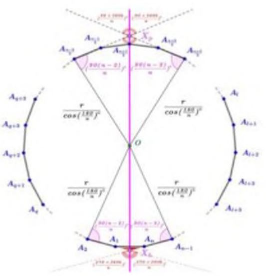
n = 7

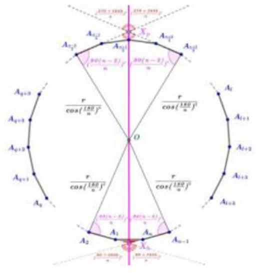


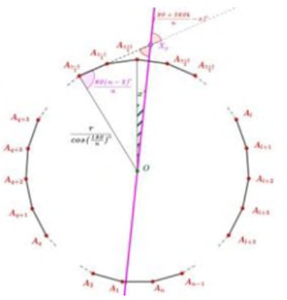
n = 9

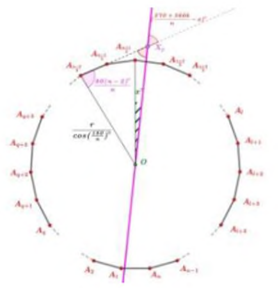


В процессе работы над доказательством выполнения рассматриваемого соотношения для этих случаев было замечено, что в семиугольнике коэффициент при 1/r для частного случая совпал с коэффициентом для произвольного положения прямой. И именно это натолкнуло на мысль о том, что этот коэффициент не зависит от выбора положения прямой.









Это позволило обнаружить закономерности в его формировании, что дало возможность, в свою очередь, вывести формулы, задающие эти коэффициенты, причем – для любого правильного многоугольника с нечётным числом сторон и при любом расположении выбранной прямой. А, главное, удалось доказать, что значение этого коэффициента всегда будет равно 1. Таким образом, удалось не только доказать, что рассматриваемое свойство прямых, проходящих через центр правильных многоугольников, выполняется и для нескольких следующих их видов, но и обобщить его и для произвольного правильного многоугольника. А именно – равенство для сумм обратных величин рассматриваемых расстояний выполняется и для любого правильного многоугольника:

$$\frac{1}{\mathrm{OX}_1}+\frac{1}{\mathrm{OX}_2}+\dots+\frac{1}{\mathrm{OX}_{\frac{n-1}{2}}}=\frac{1}{\mathrm{OX}_{\frac{n+1}{2}}}+\dots+\frac{1}{\mathrm{OX}_n}$$

Причем число слагаемых в обеих его частях будет расти пирамидально, поскольку именно так будет добавляться количество рассматриваемых расстояний.

Выполнение подобного соотношения и для произвольного правильного многоугольника будет полезно для нахождения расстояний до недоступных точек, поскольку дает возможность находить их, выбирая «удобные» для замеров ее расположения.

Результаты данного исследования являются одним из новых и исчерпывающих знаний и могут быть необходимы для внедрения в программу искусственного интеллекта, который как раз и будет решать сложные технические, архитектурные и другие научные задачи.

Список литературы:

1. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии. М.: Московский центр непрерывного математического образования, 2001. 583 с.
2. Саранцев Г.И. Общая методика преподавания математики: Учеб. пособие для студ. матем. спец. пед. вузов и ун-тов. Саранск: Типография "Красный Октябрь", 1999.
3. Карпов А.О. Метод научных исследований vs метод проектов // Педагогика. 2012. № 7. С. 14-25.
4. Романовский В. Как В.М. Брадис создавал свою таблицу? Как находил величины? / [Электронный ресурс]. Режим доступа: https:/yandex.ru/q/question/kak_v_m_bradis_sozdaval_svoiu_tablitsu_ef95c95e/?answer_id=b62f6612-2092-453e-82b7-28ad7bbacee1&utm_medium
5. Вавилов В.В., Мельников И.И., Олехник С.Н., Пасиченко П.И. Задачи по математике. Алгебра: Справ. пособие. М.: Наука, 1987. 432 с.
6. Открытые математические проблемы / [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://ru.wikipedia.org//
7. Выгодский М.Я. Справочник по элементарной математике. М.: Наука, 1976.
8. Задачи искусственного интеллекта. [Электронный ресурс]. Файловый архив студентов «StudFiles». С. 2-4. Режим доступа: https://studfiles.net/preview/7192285/page:2/